



FIZYKA Z ELEMENTAMI FIZYKI RADIACYJNEJ I | WYKŁAD 6

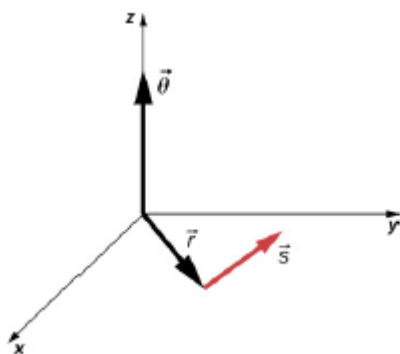
Ruch obrotowy

dr inż. Katarzyna Gwóźdź

Wielkości fizyczne w ruchu obrotowym

Kąt

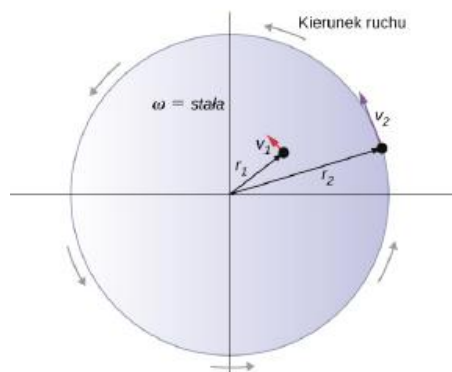
$$\vec{s} = \vec{\theta} \times \vec{r}$$



Prędkość kątowna

$$\vec{\omega} = \frac{d\vec{\theta}}{dt}$$

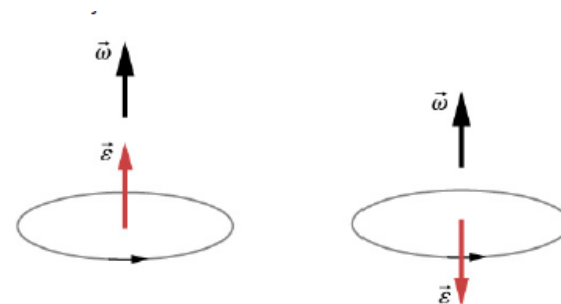
$$\vec{v} = \vec{\omega} \times \vec{r}$$



Przyspieszenie kątowne

$$\vec{\varepsilon} = \frac{d\vec{\omega}}{dt} = \frac{d^2\vec{\theta}}{dt^2}$$

$$\vec{a} = \vec{\varepsilon} \times \vec{r}$$



Kinematyka ruchu obrotowego

$$\omega = \frac{d\theta}{dt} \quad \varepsilon = \frac{d\omega}{dt} = \frac{d^2\theta}{dt^2}$$

$$\theta = \int \omega dt \quad \omega = \int \varepsilon dt$$

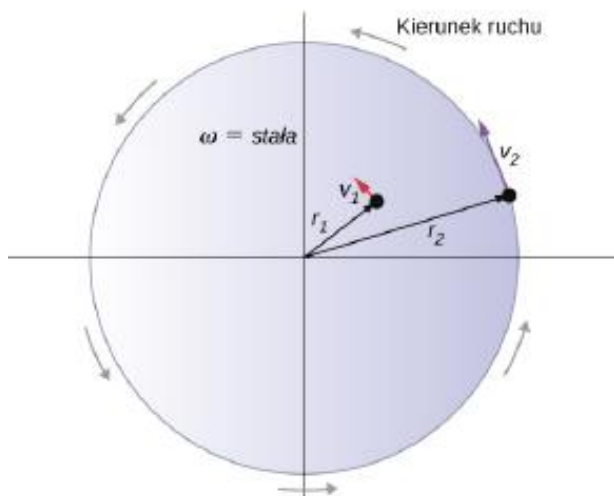
Dla $\varepsilon = \text{const.}$

$$\omega = \int \varepsilon dt = \varepsilon \int dt = \varepsilon t + \omega_0$$

$$\theta = \int (\varepsilon t + \omega_0) dt = \frac{1}{2} \varepsilon t^2 + \omega_0 t + \theta_0$$

Energia kinetyczna

Energia kinetyczna w ruchu obrotowym jest sumą energii kinetycznych wszystkich cząstek ciała.



$$\begin{aligned} E_k &= \sum_i E_{ki} = \sum_i \frac{m_i v_i^2}{2} = \frac{1}{2} \sum_i m_i (r_i \omega)^2 = \\ &= \frac{1}{2} \left(\sum_i m_i r_i^2 \right) \omega^2 = \frac{1}{2} I \omega^2 \end{aligned}$$

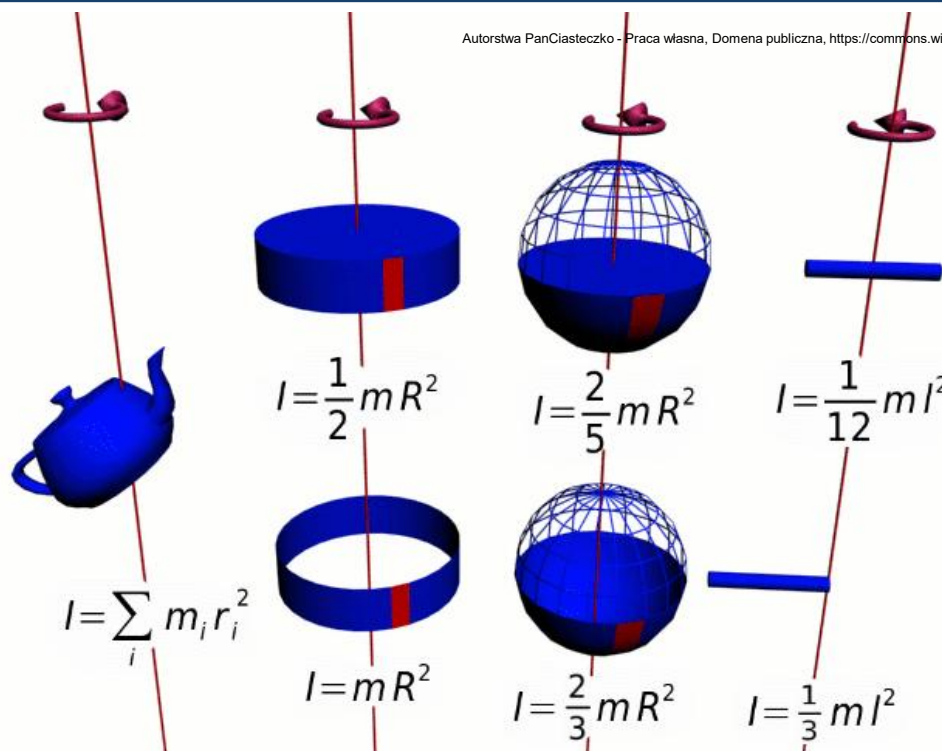
Moment bezwładności

Rozkład masy wokół osi obrotu. Jak trudno (łatwo) wprowadzić ciało w obrót.

$$I = \sum_i m_i r_i^2$$

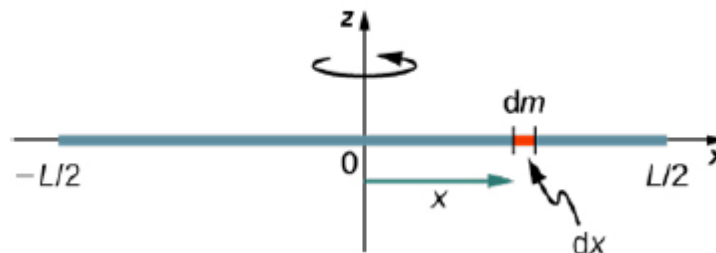
Dla ciał ciągłych:

$$I = \int r^2 dm$$



Moment bezwładności

$$I = \int r^2 dm$$



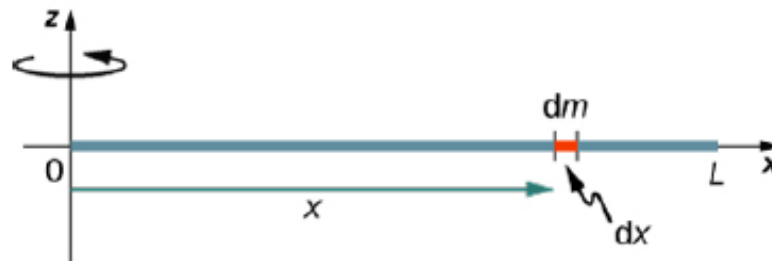
$$I = \int x^2 dm = \int x^2 \rho dx$$

$$I = \rho \int_{-\frac{L}{2}}^{\frac{L}{2}} x^2 dx = \rho \left[\frac{x^3}{3} \right]_{-\frac{L}{2}}^{\frac{L}{2}} = \frac{\rho}{3} \left(\frac{L^3}{8} + \frac{L^3}{8} \right) =$$
$$= \frac{M}{3L} * \frac{2L^3}{8} = \frac{ML^2}{12}$$

$$\rho = \frac{M}{L} = \frac{dm}{dx}$$
$$dm = \rho dx$$

Moment bezwładności

$$I = \int r^2 dm$$



$$I = \int x^2 dm = \int x^2 \rho dx$$

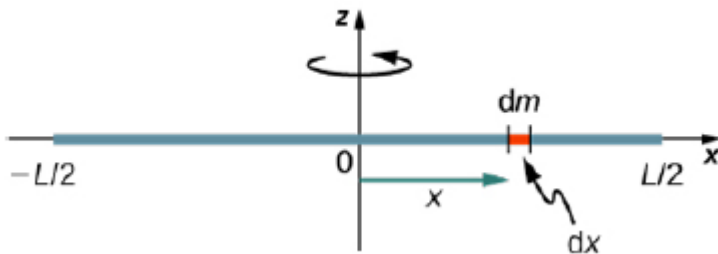
$$I = \rho \int_0^L x^2 dx = \rho \left[\frac{x^3}{3} \right]_0^L = \frac{\rho}{3} (L^3 - 0) = \\ = \frac{M}{3L} * L^3 = \frac{ML^2}{3}$$

$$\rho = \frac{M}{L} = \frac{dm}{dx}$$
$$dm = \rho dx$$

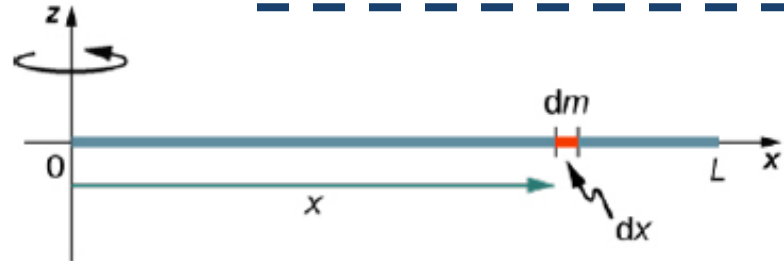
Twierdzenie Steinera

Odległość między osiami:

$$d = \frac{L}{2}$$



$$I_0 = \frac{ML^2}{12}$$



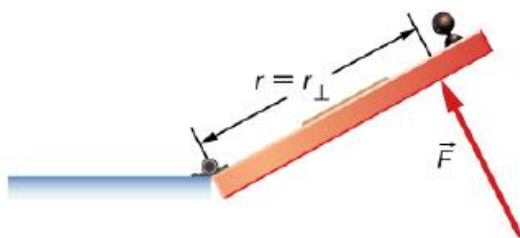
$$I_1 = \frac{ML^2}{3}$$

$$I_1 - I_0 = \frac{ML^2}{3} - \frac{ML^2}{12} = \frac{ML^2}{4} = M \left(\frac{L}{2} \right)^2 = Md^2$$

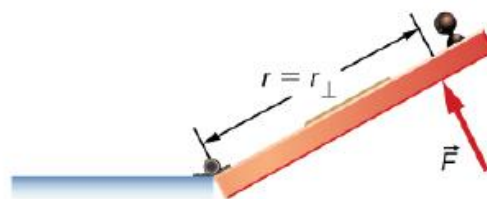
$$I_1 = I_0 + Md^2$$

Moment siły

Miara tendencji siły do obracania ciała wokół danej osi.

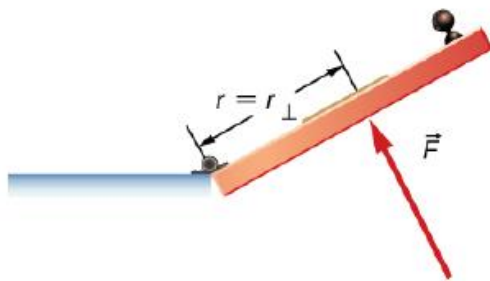


(a)

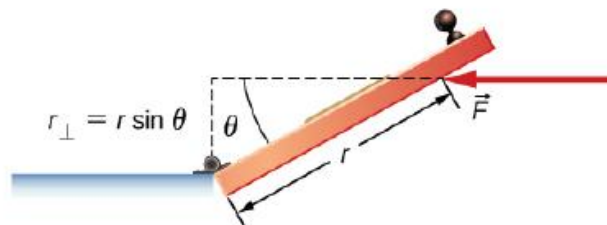


(b)

$$\vec{M} = \vec{r} \times \vec{F}$$

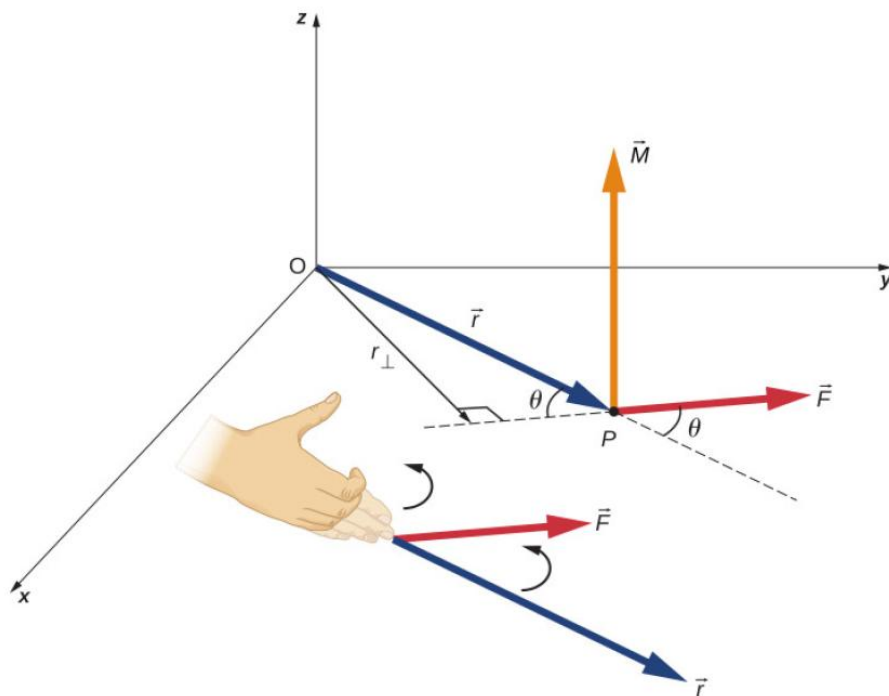


(c)



(d)

Moment siły



$$\vec{M} = \vec{r} \times \vec{F}$$

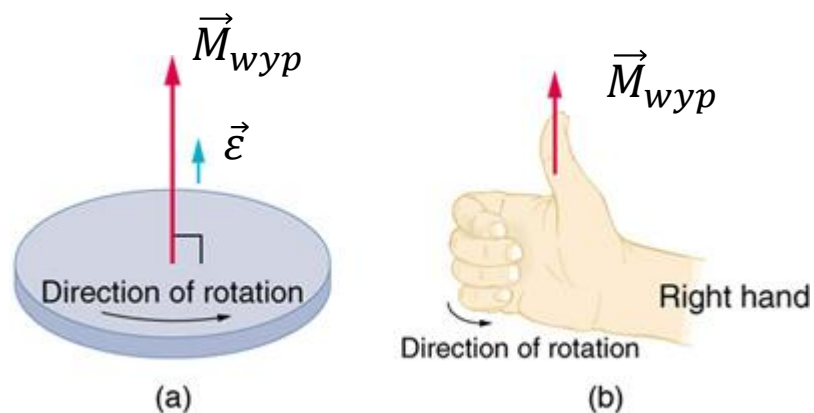
$$M = rF \sin \theta$$

II zasada dynamiki

Moment siły wywołuje przyspieszenie proporcjonalne do momentu bezwładności.

$$\vec{M}_{wyp} = I \vec{\epsilon}$$

Doświadczenie 6.1



https://pressbooks.bccampus.ca/physics0312chooge/wp-content/uploads/sites/113/2017/02/Figure_11_07_01a.jpg

Staczanie walca po równi pochyłej

Ruch postępowy:

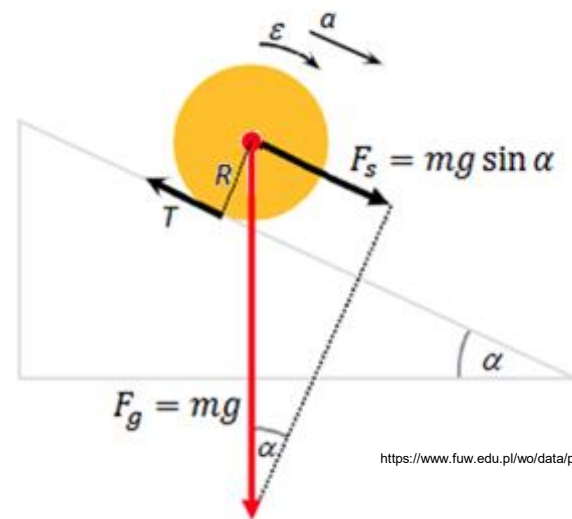
$$F_w = F_g - T$$

$$ma = mg \sin \alpha - T$$

Ruch obrotowy:

$$M_{wyp} = M_T$$

$$I\varepsilon = RT$$



<https://www.fuw.edu.pl/wo/data/prac-fiz-r-poch.pdf>

Doświadczenie 6.2

Staczanie walca po równi pochyłej

Ruch postępowy:

$$ma = mg \sin \alpha - T$$

$$T = mg \sin \alpha - ma$$

$$I\varepsilon = mgR \sin \alpha - maR$$

$$\frac{mR^2}{2} \frac{a}{R} = mgR \sin \alpha - maR$$

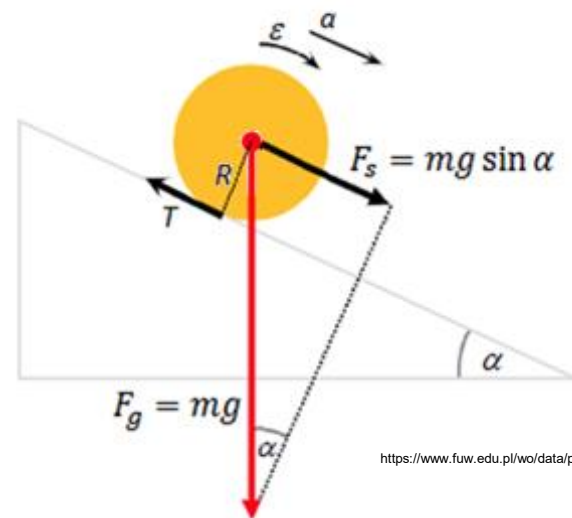
$$\frac{a}{2} + a = g \sin \alpha$$

$$a = \frac{2}{3} g \sin \alpha$$

Ruch obrotowy:

$$I\varepsilon = RT$$

$$T = \frac{I\varepsilon}{R}$$



<https://www.fuw.edu.pl/wo/data/prac-fiz-r-poch.pdf>



FIZYKA Z ELEMENTAMI FIZYKI RADIACYJNEJ I | WYKŁAD 6

Dziękuję za uwagę

dr inż. Katarzyna Gwóźdź